

La Toma de Decisiones Multicriterio.

Índice

1. La Toma de Decisiones Multicriterio
2. Teoría del valor.
3. Técnicas descriptivas para la toma de decisiones.
4. Bibliografía

1. La Toma de Decisiones Multicriterio

Los procesos de toma de decisiones se han venido analizando tradicionalmente en base a un paradigma que puede esquematizarse de la siguiente forma:

- v Se selecciona el criterio bajo el cual se desea decidir la mejor solución.
- v Se define el conjunto de restricciones que limitan la solución del problema.

Seguidamente utilizando técnicas más o menos sofisticadas, se procede a buscar entre las soluciones aquella que obtenga un mejor valor del criterio seleccionado, a esto se le denomina solución óptima.

Las soluciones posibles de acuerdo a esta estructura son aquellas que den cumplimiento al conjunto de restricciones del problema y que representen los mejores valores del criterio seleccionado por el decisor.

Este problema posee una gran solidez desde el punto de vista lógico, sin embargo posee importantes debilidades que lo desvían considerablemente de los procesos reales de toma de decisiones empresariales. Dado por que en la realidad, los decisores no están interesados en buscar la solución con respecto a un único criterio, sino que desean efectuar esta tarea con arreglo a diferentes criterios que reflejen sus preferencias.

Así, una empresa desea buscar la mejor solución no sólo sobre la base del criterio beneficio, sino considerando otros criterios como por ejemplo: volumen de ventas, riesgo, etc. En la agricultura se puede estar interesado en determinar cual es la mejor rotación de los cultivos que: produce alimentos suficientes para el sostén de la población, maximiza los beneficios, minimiza los costos, etc. En el caso de la pesca si se desea establecer la estructura de la flota puede desear obtener esta estructura de acuerdo a los siguientes criterios: costo, empleo, mantenimiento de especies biológicas, etc.

Entrar a un supermercado y elegir la botella de vino más barata no implica un problemas de elección propiamente dicho, sino un simple problema de búsqueda. Sin embargo, elegir una botella de vino, armonizando lo más posible: el precio, la mayor graduación, la cosecha más antigua, etc., constituye un problema donde existen criterios en conflicto y que se resolverá se acuerdo a las preferencias o juicios que tenga el consumidor en cuestión.

Breve reseña histórica.

El problema de toma de decisiones con múltiples criterios quizás es el área de desarrollo más activo en los últimos años en el campo de la ciencia de la decisión (investigación operativa, gestión de recursos, etc.). Así, podemos comentar que en el 1975 solo el 3.5% de los trabajos presentados al Congreso de la Asociación Española de Investigación Operativa estaban dedicados a temas multicriterio, sin embargo este porcentaje aumenta considerablemente ya en 1985 este tema representa el 14% de los trabajos presentados, es decir en tal fecha uno de cada 7 trabajos era multicriterio. En octubre de 1972 se celebra en EEUU el primer Congreso Mundial sobre Toma de Decisiones Multicriterio (Multicriterial Decision Making). Anualmente se celebran en la actualidad diferentes conferencias regionales donde se discuten ponencias sobre el uso y desarrollo de estas técnicas en el ambiente empresarial.

Estos y otros ejemplos ponen de manifiesto que en el proceso de toma de decisiones reales se desea encontrar la mejor decisión sobre la base de múltiples criterios y no solo considerando un único criterio u objetivo, como supone implícitamente el paradigma tradicional.

De acuerdo a estos datos, cabe preguntarse:

- v Cuando comenzó esta revolución científica en el campo de las ciencias de la decisión.
- v En que momento histórico puede decirse que el paradigma de la decisión multicriterio fue aceptado por la comunidad científica.

La respuesta a la primera pregunta:

Los primeros trabajos desarrollados fueron en Koopmans (1951) y de Kuhn & Tucker (1951). Otro trabajo crucial para el desarrollo del paradigma multicriterio es el desarrollado por Charnes, Cooper & Ferguson (1955) y que fue mejorado posteriormente por Charnes & Cooper en 1961.

Estas ideas pioneras fueron desarrolladas por otros investigadores, culminando en el Primer Congreso Mundial sobre Toma de Decisiones Multicriterio en 1972. Tal acontecimiento puede considerarse el nacimiento del paradigma decisional multicriterio, así como el comienzo de un nuevo período en el campo de las ciencias de la decisión.

Segunda pregunta:

El indiscutible éxito y apoyo sociológico por la comunidad científica del paradigma decisional multicriterio ha culminado con la aparición de una revista, el Journal of Multi - Criteria Decision Analysis. Esta ha confirmado la existencia de dos contextos decisionales: monocriterio y multicriterio. Puede decirse entonces que la teoría de la decisión monocriterio constituye un viejo paradigma superado por el enfoque multicriterio. El viejo enfoque puede reducirse al nuevo paradigma como un caso particular del mismo.

Importancia de la Toma de decisiones empresariales.

A pesar de la creciente aplicación de las técnicas matemáticas en el ámbito empresarial internacional aun existen limitaciones en la introducción de dichas técnicas. Esto está motivado inicialmente por la imposibilidad de contar con medios de cómputos potentes y software especializados, que por su alto costo no era posible adquirir, además de la poca cultura y formación de los decisores, realizándose el proceso de toma de decisiones empíricamente, basado en la experiencia del factor humano que participa en la tarea.

Sin embargo, con todos los acontecimientos ocurridos en los últimos años, la urgente necesidad de hacer organizaciones eficientes, la responsabilidad de ahorrar recursos energéticos, la necesidad de utilizar racionalmente los recursos, para dar satisfacción a un cliente cada vez más exigente, consciente y preparado, ha provocado la necesidad de cambiar el paradigma decisional de un enfoque de optimización a un enfoque multicriterio donde se obtienen soluciones que modelan racionalmente la forma de actuar del decisor, ya que lo fundamental no es abordar técnicas y / o herramientas que permitan obtener un ahorro en cualquier dirección de una empresa, sino buscar una solución en la que se reduzcan los costos totales y se mejore el servicio, de lo que se deduce que no se puede mantener como un objetivo del diseño de rutas de distribución minimizar los costos, sino también elevar la calidad del servicio al cliente, aspecto que no se ha tenido en cuenta hasta el momento.

La actividad de las empresas se desarrolla en el seno de la realidad circundante que es el entorno en el cual se insertan las mismas, este entorno influye de forma decisiva en su funcionamiento, ya que en gran medida el mayor o menor éxito de estas dependerá de su acierto en relacionarse adecuadamente con el conjunto de elementos externos.

El entorno actual se ha caracterizado por una gran incertidumbre debido a la mayor crisis económica que ha tenido lugar en la historia de la sociedad. Es en esta etapa que se reconoce cada vez mas la influencia del entorno en la gestión empresarial, controlando las acciones de los proveedores, distribuidores y clientes con el fin de ajustar las tasas de producción a la demanda final, para reducir los inventarios, los costes totales y acortar los tiempos de entrega.

Cuba hasta el año 1986 aproximadamente funcionaba bajo un modelo de productividad donde se hacia énfasis en la cantidad de productos a producir existiendo una formación administrativa verticalizada; a los jefes de producción solo les interesaba producir, sin tener en cuenta la demanda de los clientes, que los productos pasaran a ser obsoletos, lo que provocaba que las entidades no fueran rentables. La caída del campo socialista sumerge al país en una situación económica asfixiante y esto unido a las características del entorno hace necesario un cambio de enfoque en la gestión de nuestras empresas: pasar de la filosofía de vender productos al cliente a la de satisfacer las necesidades del cliente, esto es una filosofía de servicio, pasando de un modelo de Productividad a uno de Competitividad con una formación administrativa por objetivos, participativa, donde lo más importante es dar una respuesta rápida al cliente.

Las decisiones multicriterio.

¿Qué es Análisis de la Decisión? Se puede definir desde diferentes aristas, una definición técnica es: " una filosofía articulada por un conjunto de axiomas lógicos y una metodología de procedimientos, para analizar la complejidad inherente a los problemas".

¿Qué es un problema de decisión? Es la selección de una acción o alternativa dentro de un conjunto de acciones posibles, la cual produzca el mejor resultado bajo cierto criterio de optimización.

La toma de decisiones se considera como el acto creador de la elección, a partir de un conjunto de decisiones posibles, en el cual los factores cuantitativos se combinan con las capacidades heurísticas de los hombres que toman las decisiones *

Por lo que, para que exista un problema de toma de decisión empresarial y que se permita entender las diferentes fases del proceso de decisión que se propone para el problema de diseño de rutas de distribución, tienen que estar presente los siguientes elementos que la caracterizan:

1. un decisor o unidad decisora formada por un conjunto de individuos interesados en el problema,
2. existencia de al menos dos alternativas o posibles decisiones $x \in X$, y sea de interés:
 - seleccionar una (o varias) (la mejor o las mejores),
 - aceptar las que parecen buenas y rechazar las que parezcan malas,
 - el rango de todas de acuerdo a un orden (ordenamiento),

* Modelos dinámicos de los procesos de toma de decisiones.

3. un sistema de relaciones que permiten asignar a cada alternativa un resultado. Estos resultados $z \in Z$ se definen por ciertas medidas (atributos),
4. un conjunto de requerimientos de información de entrada que se obtendrán del decisor, y esto implica una metodología apropiada,
5. validación del procedimiento que se refiere al establecimiento de pruebas o comprobaciones experimentales que permitan concluir que el procedimiento que se propone responde a los propósitos establecidos.

Una condición necesaria para estar frente a un problema de decisión multicriterio es la presencia de más de un criterio, la condición suficiente es que los criterios estén en conflicto. Por lo tanto un problema puede considerarse como un problema multicriterio si y sólo si existen al menos dos criterios en conflicto y existen al menos dos alternativas de solución.

Los criterios se dice que pueden encontrarse estrictamente en conflicto lo que se traduce en que el incremento en la satisfacción de uno, implica el decremento de la satisfacción del otro, por lo que la condición suficiente del problema multicriterio no estipula que los criterios estén estrictamente en conflicto.

La toma de decisiones multicriterio ha desarrollado una personalidad propia que utiliza una terminología específica que incluye conceptos nuevos, debe observarse que algunos de los conceptos que se van a introducir tienen el mismo significado semántico y se utilizará uno u otro en dependencia del contexto teórico en el que se utilicen, a continuación se definen los mismos::

- Ø Alternativas: Posibles soluciones o acciones a tomar por el decisor* o unidad decisoras
- Ø Atributos: Característica que se utiliza para describir cada una de las alternativas disponibles pueden ser cuantitativas (objetivos) o cualitativas (subjetivas), cada alternativa puede ser caracterizada por un número de atributos (escogidos por el decisor).
- Ø Objetivos: Aspiraciones que indican direcciones de perfeccionamiento de los atributos seleccionados, está asociado con los deseos y preferencias del decisor.
- Ø Meta: Aspiraciones que especifican niveles de deseos de los atributos.
- Ø Criterio: Término general que engloba los conceptos de: atributos, objetivos y metas que se consideran relevantes en un problema de decisión.

En las técnicas de análisis de la decisión los términos: multicriterio, multiobjetivos, multiatributo se utilizan para describir problemas de decisión con más de una medida de efectividad, apareciendo indistintamente con un nombre u otro, no existiendo una definición universal de estos términos, se ha aceptado la definición de Multiple Criteria Decision Maker (MCDM) que de acuerdo a la definición de varios autores es el término bajo el cual se agrupan a todos los métodos que se basan en múltiple atributos u objetivos, por lo que se divide en dos vertientes: las decisiones multiatributos (MADM) las cuales se utilizan para seleccionar "la mejor alternativa" dentro de un conjunto explícito de ellas; y la optimización multiobjetivo (MODM) se relacionan con aquellos problemas en que el conjunto de alternativas es grande y no predeterminadas, se utiliza para diseñar la mejor alternativa considerando la interacción con las restricciones, las mismas resuelven situaciones de diferente naturaleza y contenido.

Múltiples Objetivos (MODM) se relaciona con aquellos problemas en que el conjunto de alternativas es grande y no predeterminadas, se utilizan para diseñar la " mejor " alternativa considerando la interacción con las restricciones, la solución de estos problemas se aborda mediante las técnicas clásicas de optimización.

Múltiples Atributos (MADM) se utiliza para seleccionar "la mejor alternativa " dentro de un conjunto explícito de ellas, la decisión final se conforma con la ayuda de la comparación de los atributos.

Como se ha planteado anteriormente existen dos vertientes del problema multicriterio, las mismas resuelven situaciones de diferente naturaleza y contenido, lo que se pone de manifiesto en la tabla a continuación:

Aspecto	MADM	MODM
Criterio definido por	Atributos	Objetivos
Objetivos	Implícitos	Explícitos
Atributos	Explícitos	Implícitos
Restricciones	Inactivas	Activas
Alternativas	Número finito (discreto)	Infinitas (continuo)
Uso	Selección	Diseño

Los problemas multicriterios se dicen mal definidos matemáticamente, dado que el cumplimiento de un atributo provoca que una alternativa sea la mejor y la peor bajo el cumplimiento de otro de los atributos considerados (atributos en conflicto), se dice también que están definidos cuando se han establecidos las alternativas y los atributos para su solución, entonces comienza el proceso de selección. Si las consecuencias de la selección de una determinada alternativa o curso de acción están definidas por el decisor a priori, se dice que el problema de decisión multicriterio está bajo certeza.

* del ingles Decisión Maker (DM)

Formulación del problema multicriterio

Consideremos un conjunto finito de acciones potenciales

$$A = \{ a_i / i = 1, \dots, m \}$$

cada una de las cuales se supone que esté identificada aunque no en forma exacta y completamente conocida en todas sus consecuencias cualitativas y cuantitativas. Se admiten que estas consecuencias pueden ser analizadas por medio de una familia de criterios consistente en $f = \{ d_j \} j = 1, \dots, n$ donde $g_j(a_i)$ caracteriza la evaluación hecha con mayor o menor precisión o subjetivismo de una a_i con el criterio j . El problema consiste en determinar por un modelo agregado uno de los tres problemas a solucionar:

- seleccionar una (o varias) acciones de A (la mejor o las mejores)
- aceptar acciones que parecen buenas y rechazar las que parezcan malas con un análisis complementario para las otras
- el rango de todas las acciones de acuerdo a un orden

Decisiones monocriterio vs Decisiones multicriterio

La aplicación de técnicas de análisis de la decisión, específicamente las técnicas multicriterio, podría enriquecer la solución del problema y permitir a la gestión una toma de decisiones que garantice elevar la eficiencia de la empresa. Esto además propicia la aplicación de métodos más flexibles debido a las ventajas que estas técnicas presentan con respecto a las monocriteriales, aspecto este que se muestra en la tabla a continuación, lo que redundará en la obtención de mejores soluciones de compromiso entre objetivos en conflicto.

Aspecto	Monocriterio	Multicriterio
Criterios	Únicos	Al menos 2
Solución	Óptima	Compromiso
Preferencias del decisor	Se tiene en cuenta en la función objetivo	Se considera en la solución del problema
Paradigma	Tradicional	Multicriterio
Problemas	Tecnológicos	Económicos y tecnológicos
Deseos del decisor	Un criterio	Criterios en conflicto
Debilidad	Se desvía considerablemente de los problemas reales de toma de decisiones	
Fortaleza		Mayor precisión en los problemas reales de toma de decisión.

2. Teoría del valor.

Introducción

Si definimos MADM como ayuda a la decisión, ayudar al DM a identificar la mejor alternativa que maximiza su satisfacción con respecto a más de un atributo, encontraremos que muchos métodos han sido desarrollados desde los años 50 para resolver este problema, no obstante el rápido progreso de los MADM ha hecho necesario el desarrollo de un gran número de métodos.

Para resolver un problema de decisión multicriterio en espacios discretos se han desarrollado diversas técnicas matemáticas una clasificación de los métodos multiatributos de acuerdo a la información de entrada y salida que establece el decisor lo que puede verse en el siguiente esquema:

Clasificación De Los Métodos Multiatributos

Escuela normativa (desarrollada fundamentalmente por los norteamericanos y los ingleses): Se basa en prescribir normas del modo en que el DM debe pensar sistemáticamente. Tiene una elegancia matemática dada por la modelación del problema, el conjunto de axiomas definidos, etc., utiliza como modelo la racionalidad.

Escuela descriptiva (desarrollada por los europeos (franceses, holandeses y belgas): Renuncia a la idea de lo racional, trata de hacer un reflejo del modo en que el DM toma las decisiones, también posee una formulación matemática pero menos impresionante que la escuela normativa.

Concepto de DOMINANCIA

Con el objetivo de reducir el conjunto de alternativas a valorar para hacer el procedimiento propuesto más rápido y eficiente es necesario eliminar aquellas alternativas que por sus características no formarán parte del conjunto solución debido al mal comportamiento de los indicadores obtenidos siendo estas las alternativas que reciben el nombre de alternativas dominadas.

Se dice que una alternativa domina a la otra si en al menos uno de los criterios es mejor que la otra y en los demás es al menos igual, lo que equivale a decir que la mejor alternativa es no dominada concepto que coincide con la solución eficiente o solución Pareto Optimal. Dicho de otro modo, que no se puede encontrar otra alternativa que sea mejor o igual en todos los criterios y estrictamente mejor en al menos uno de ellos.

La definición matemática de las mismas es:

Se dice que de A es una solución no dominada si no existe en A tal que:
 para algún j
 y
 para $i \neq j$

Función de Valor Suma Ponderada.

La escuela normativa ha establecido que existe una función de valor ordinal y una función de valor medible o cardinal, siendo la diferencia entre ellas que la función de valor ordinal expresa un orden como su nombre lo indica de acuerdo a las preferencias del DM, pero no expresa la intensidad de esas preferencias, lo cual se considera en la función de valor cardinal.

Se define como una función de valor en el conjunto A de las alternativas como aquella que:

$$U(a) > U(b) \Leftrightarrow a P b \quad \text{para todo } (a, b) \in A$$

$$U(a) = U(b) \Leftrightarrow a I b \quad \text{para todo } (a, b) \in A$$

esto significa que:

Si la función de valor de "a" es mayor que la función de valor "b", se dice que "la alternativa a es preferida a la alternativa b" y si sus funciones de valor son iguales esto es equivalente a decir que " la alternativa a es indiferente a la b, no existe preferencia al tener que seleccionar entre ellas dos.

Una función de valor ordinal, específicamente la función suma ponderada, la cual es la forma más elemental de función de valor, pero que nos permite ordenar el conjunto de clientes, la misma se calcula a través de la siguiente expresión:

donde:

U_i : función de valor del cliente i.

W_j : peso o importancia relativa del criterio j.

f_{ij} : valor del criterio j para el cliente i.

m: número de criterios.

Para la construcción de la función de valor es necesario someter al DM a largas sesiones de trabajo para establecer la forma de esta y las preferencias del mismo, siendo imprescindible la demostración de un conjunto de axiomas y el cumplimiento de determinadas condiciones establecidas por esta escuela. La escuela normativa se construye sobre la base de que para un par de alternativas cualquiera (a, b) solo son posibles las siguientes relaciones de preferencias : $a > b$, $b > a$ ó $a I b$, es decir las alternativas tienen que ser comparables, en el modelo que se crea se supone que el DM resuelve la ecuación de indiferencia, y esto choca con la realidad de que el DM declara indiferencia de acuerdo a unos umbrales que existen para cada DM; hay algunos que poseen umbrales anchos y otros estrechos, estos argumentos no son más que inconvenientes para la utilización de estas técnicas.

¿ Como determinar la importancia o peso de los criterios ?.

Los pesos o importancia relativas de los criterios a considerar se determinarán, a través de métodos expertos o considerando el criterio de un solo decisor. Este es un paso realmente importante en el proceso de toma de decisiones. Para la determinación de los mismos se propone utilizar un procedimiento el cual permite integrar los intereses de cada decisor en un modelo de grupo de la forma siguiente:

donde:

n: número de jueces (decisores)

m: número de criterios

ρ_{ij} : votación para el criterio j emitido por el juez l (decisor l)

W_{lj} : peso del criterio j emitidos por el juez l (decisor l)

W_j : peso del criterio j

Los valores de los pesos deben cumplir las siguientes condiciones:

y
 la expresión $W_j > W_k$ implica que el criterio j es más importante que el criterio k y la expresión $W_j = W_k$ indica que ambos criterios son igualmente importantes. Más de un criterio puede tener el mismo peso, el valor cero para algún W_l indica la no importancia del criterio, mientras que el valor más alto indica la máxima importancia para ese criterio.

3. Técnicas descriptivas para la toma de decisiones.

La filosofía de los métodos ELECTRE.

En el epígrafe anterior estudiamos algunos métodos pertenecientes a la escuela normativa de la decisión, en este estudiaremos métodos pertenecientes a la escuela descriptiva. Entre los métodos más importantes de esta escuela se encuentran los métodos basados en las relaciones de superioridad (outranking) Dentro de estos métodos los más relevantes son los denominados métodos ELECTRE considerados una filosofía ya que implementa el concepto de relación " outranking" o de superioridad. Para desarrollarlos introduce cuatro relaciones fundamentales:

- Indiferencia (I): (a I b) existen claras y positivas razones para considerar que las alternativas son equivalentes.
- Preferencia estricta (P): (a P b) existen claras y positivas razones para justificar que una de las dos alternativas es significativamente preferida a la otra.
- Preferencia débil (Q): (a Q b) una de las dos alternativas no es estrictamente preferida a la otra, pero es imposible decir que sean indiferentes, de ahí que la preferencia sea débil de una con respecto a la otra.
- Incomparables (R): (a R b) las alternativas son incomparables en el sentido que ninguna de las tres situaciones anteriores predomina.

Esta escuela también admite la existencia de umbrales de indiferencia y umbrales de preferencia.

A continuación presentamos un ejemplo que pone de manifiesto la utilización de los umbrales:

Suponga que desea comprar un detergente para vajilla y al llegar al supermercado se encuentra con que existen 3 tipos de detergente: A, B y C, los cuales tienen las siguientes características:

Detergente	Precio	Calidad
A	\$1.00	Buena
B	\$1.10	Muy buena
C	\$1.20	Excelente

Supongamos que para el decisor diferencias de \$0.10 en el costo no es significativo y que el costo para él es más relevante que la calidad, pues dice que de todas maneras el detergente lava las vajillas, entonces: el detergente C es preferido al B y prefiere el B al A.

Sin embargo, si se compara A con C la diferencia en precio si es significativa, entonces el decisor prefiere el detergente A al C, sin embargo C es de mayor calidad, por lo que el decisor se siente incapaz de decidir cual detergente comprar.

A continuación definiremos las relaciones expuestas anteriormente:

Indiferencia (a I b)

a es indiferente a b cuando

$g_j(a) = g_j(b)$ para todo $j \neq k$ aún si $g_k(a) \neq g_k(b)$, es decir si existen claras y suficientes razones para argumentar la equivalencia entre dos alternativas para el criterio j.

Preferencia Estricta (a P b)

a es preferida estrictamente a b cuando

$g_j(a) = g_j(b)$ para $j \neq k$ solamente si la diferencia

$g_k(a) - g_k(b)$ es suficientemente significativa, es decir existen claras y suficientes razones para argumentar que a es significativamente superior a b.

Preferencia Débil (a Q b)

a es preferida débilmente a b si b no es estrictamente preferida a a, pero es imposible afirmar que a sea estrictamente preferida o indiferente a b, es decir ninguna de las situaciones anteriores predomina.

Incomparabilidad (a R b)

a es incomparable con b, cuando ninguna de las situaciones anteriores predomina.

Veamos un ejemplo sencillo:

Suponga los siguientes sabores de helado:

Chocolate- Fresa – Nuez – Mantecado – Vainilla – Chocolate Chip

Dos decisores han expresado sus preferencias en una escala entre 0 - 10 puntos dándole mayor puntuación aquel sabor que más les guste, lo que se muestran en la siguiente tabla:

Sabores	Rosa	Eugenio
Chocolate	10	9
Fresa	5	9
Nuez	10	8

Mantecado	2	6
Vainilla	1	2
Chocolate Chip	9	10

Para Rosa el chocolate y la nuez son indiferentes, mientras que el chocolate es preferido al chocolate chip y la fresa preferida al mantecado. Sin embargo, para Eugenio el chocolate y la fresa son indiferentes siendo su sabor preferido el chocolate chip, siendo el mantecado preferido a la vainilla.

Retomemos el tema de la filosofía de los ELECTRE, la filosofía de los ELECTRE se estructura en dos fases: construcción de la relación de outranking (superioridad) y la explotación de la relación outranking. La construcción de la relación outranking (S) se establece a través de los test de concordancia y test de veto (no discordancia), para que la afirmación a supera b sea verdadera deben pasarse satisfactoriamente ambos test. A través del test de concordancia se busca una regla de mayoría que flexibilice la de unanimidad, mientras que el test de veto significa que no se veta la afirmación a supera b. Diremos que a S b si tomando en cuenta el conjunto de criterios tenemos argumentos suficientes para considerar verdadero el enunciado a es al menos tan buena como b. A continuación definiremos relación outranking, concordancia, discordancia y veto.

Relación de outranking

Sea un conjunto de alternativas caracterizadas por una familia F de criterios g_1, g_2, \dots, g_f , a cada criterio g_j es posible asignarle una relación outranking S_j . Por definición, S_j es una relación binaria a $S_j b$ si los valores $g_j(a)$ y $g_j(b)$ dan un argumento suficientemente fuerte para considerar que a $P_j b$ ó a $Q_j b$ ó a $I_j b$ en el modelo de las preferencias del DM. Esto significa que "la alternativa a es al menos tan buena como b" desde el punto de vista del criterio j y se denota a $S_j b$

Se admiten umbrales de indiferencia:

a I b sí y sólo si $|g_j(a) - g_j(b)| \leq q_j$
a P b sí y sólo si $g_j(a) \geq g_j(b) + p_j$
a Q b sí y sólo si $q_j < g_j(a) - g_j(b) < p_j$

donde:

q_j : umbral de indiferencia

p_j : umbral de preferencia estricta

entonces:

a $S_j b$ sí y sólo si $g_j(a) \geq g_j(b) - q_j$

Diremos que a S b si tomando en cuenta el conjunto de criterios tenemos argumentos suficientemente fuertes para considerar verdadero el enunciado " a es al menos tan bueno como b"

Note que:

a S b y b S a \Leftrightarrow a I b

a S b y b nS a \Leftrightarrow a P b

a nS b y b nS a \Leftrightarrow a R b

Se puede probar que si a $S_j b$ para todo $j \in F \Rightarrow a S b$

Además de estas definiciones es necesario definir los conceptos de concordancia y discordancia, fundamentos sobre los cuales se basan los métodos Electre:

Definición de Concordancia

El criterio j -ésimo está en concordancia con la afirmación

a S b sí y sólo si a $S_j b$.

El subconjunto que cumple lo anterior, se llama coalición de concordancia y se denota por:

$C(a S b) = \{ j / a S_j b \}$

Definición de Discordancia

El criterio j -ésimo está en discordancia con la afirmación

a S b si y solo si b $P_j a$ a sobrepasando el nivel de preferencia estricta ($g_j(b) - g_j(a) > p_j$)

El subconjunto que cumple lo anterior, se llama coalición de discordancia y se denota por:

$C(b P a) = \{ j / b P_j a \}$

Existe otro subconjunto C (b Q a), de modo que:

$F = C(a S b) \cup C(b P a) \cup C(b Q a)$

Sea W_j el peso del criterio j

El índice de concordancia $C(a, b)$ caracteriza la fuerza de los argumentos positivos para validar la afirmación a S b.

La principal fuerza proviene de $C(a S b) = C_1(a, b)$, pero es necesario buscar una cierta contribución de C (b Q a) expresándose esto como $C_2(a, b)$, por lo que:

$C(a, b) = C_1(a, b) + C_2(a, b)$

donde:

$C_1(a, b) = \sum_{j \in C(a S b)} W_j$

$$C_2(a, b) = \sum_{j \in C(b \succ a)} p_j$$

Q_j es una función que por su simplicidad se puede tomar como:

$$Q_j = \frac{p_j + q_j(a) - q_j(b)}{p_j - q_j}$$

Note que si:

$$g_j(b) - g_j(a) = p_j, \quad Q_j = 0$$

$$g_j(b) - g_j(a) = q_j, \quad Q_j = 1$$

$$0 \leq C(a, b) \leq 1$$

$$C(a, b) = 0 \text{ si } C(b \succ a)$$

$$C(a, b) = 1 \text{ si } C(a \succ b)$$

Efecto de veto e índice de discordancia

Axioma: Para cada criterio g_j existe un umbral $v_j > p_j$ tal que

$g_j(b) - g_j(a) > v_j$ es incompatible con la afirmación $a \succ b$, aún cuando $C(a, b)$ se aproxime a 1 aunque todas las demás estén a favor de $a \succ b$, esto no compensa la pérdida en este criterio.

Es lógico pensar que el umbral de veto se reduce a medida que es menor $C(a, b)$.

Como ya se había planteado los métodos ELECTRE se estructuran en dos fases:

1. Establecimiento de la relación outranking.
2. Explotación de esta relación outranking.

La estructura de la fase 1 puede representarse como:

La forma de establecer la relación de superioridad ha condicionado el surgimiento de diferentes métodos dentro de la filosofía de los Electre de los que se conoce sus versiones I, II, III, IV, IS y TRI, todos asumen la existencia de dos fases En la tabla se muestran las características de los diferentes métodos Electre desarrollados.

Versión ELECTRE	Tipo de criterio	Necesita peso	Concepto de conjunto borroso	Tipo de problema	Información de preferencia adicional
I	Simple	Sí	No	Selección	Pesos, nivel de concordancia y nivel de discordancia
II	Simple	Sí	Algo	Ordenamiento	Pesos, nivel de concordancia y nivel de discordancia
III	Pseudo	Sí	Sí	Ordenamiento	Pesos
IV	Pseudo	No	No	Ordenamiento	
IS	Pseudo	Sí	No	Selección	Pesos

Tabla. Características de las diferentes versiones del Método ELECTRE.

¿Cómo seleccionar el método Electre a utilizar?

Para responder a esa pregunta y por tanto seleccionar el método más apropiado dentro de un contexto de ayuda a la decisión debemos considerar que tipo de problema deseamos resolver, los cuales pueden ser:

Problema α : aislar el más pequeño conjunto $A_0 \subset A$ para el que se pueda justificar la eliminación de todas las acciones A / A_0 , es decir que en ese subconjunto estén las mejores.

Problema β : asignar cada acción a una categoría previamente determinada, el problema de clasificación y como tal se intercepta con la Inteligencia Artificial.

Problema γ : construir un pre orden la más rico posible sobre un subconjunto A_0 de aquellas acciones de A que parecen ser las más satisfactorias.

Si el problema a resolver es α , dos métodos pueden ser utilizados, Electre I y Electre Tri, se seleccionará el Electre I solamente si se quiere trabajar con un método muy simple, ya que $p_j = q_j = 0$ para todo j , es decir no trabaja con umbrales.

Si el problema es β , no se puede utilizar ningún método desarrollado hasta el momento.

Si el problema a resolver es γ , tres métodos se pueden seleccionar: Electre II, III y IV; Electre II se seleccionará solamente si se requiere trabajar con un método muy simple ya que al igual que el Electre I no trabaja con umbrales; Electre IV es conveniente sólo si existe una buena razón para refutar la introducción de la importancia de los criterios, debido a que el algoritmo no modela la importancia de los criterios.

El método Electre IV ha sido diseñado para resolver dos situaciones frecuentemente encontradas en situaciones reales: imprecisión e incertidumbre de la evaluación de las acciones sobre los criterios y ausencia de pesos de los criterios.

Una respuesta satisfactoria a la primera dificultad puede ser alcanzada con la introducción de umbrales de indiferencia, preferencia y veto seleccionados para cada criterio, así como por la definición de un pseudo - criterio. La segunda situación requiere una introducción apropiada del concepto de outranking.

El método Electre IV distingue dos niveles plausibles, outranking fuerte S_f no sujeto a discusión y el outranking débil S_d , un poco más cuestionable.

La filosofía de los métodos Electre aportan un conjunto de aspectos positivos a la toma de decisiones, que mejoran las insuficiencias de la escuela normativa de la decisión, lo cual ha demostrado su efectividad en la practica y que brinda un procedimiento heurístico que permite obtener resultados favorables a problemas de decisión multiatributo importantes.

En la tabla se muestran los aspectos positivos y negativos de la filosofía ELECTRE:

Aspectos Positivos	Aspectos Negativos
1. Reconocimiento de la relación de superioridad (S) como debilitamiento de la preferencia estricta.	1. La modelación insuficiente del veto, no está influido por el estado de otros criterios.
2. Admisión del veto mayoritario como mecanismo para obtener el outranking (S).	2. Papel que juegan los pesos en el índice de concordancia.
3. Admisión del veto.	3. Al emplear la regla del voto mayoritario no se consideran pseudo – criterios.
4. Reconocimiento de la incomparabilidad (R).	4. No considera la intensidad de las preferencias.
5. Reconocimiento de la existencia de umbrales discriminatorios.	5. No existe una forma única para ordenar el conjunto de alternativas, o universalmente buena para explotar la relación de superioridad (S).
6. No requiere de gran esfuerzo del decisor.	

Tabla Principales aspectos positivos y negativos de la filosofía Electre.

A pesar de las deficiencias mostradas los Electre, son técnicas que ayudan a una mejor toma de decisiones con una fundamentación matemática menos elegante, pero no por ello menos eficiente.

Electre II.

En el epígrafe anterior se planteo que los ELECTRE son una filosofía basada en el establecimiento de una relación de superioridad (outrank), para lo cual utiliza dos fases:

1. Establecimiento de la relación de superioridad.
2. Explotación de la relación de superioridad.

En este epígrafe se muestran estas dos fases para el caso del ELECTRE II el cual ha sido seleccionado por su sencillez y posibilidad practica de utilización.

Recordemos que:

Dadas dos alternativas $(a, b) \in A$, caracterizadas por un conjunto J de N atributos se empleará la siguiente notación:

- $\emptyset a P_j b$ significa que a es preferida estrictamente a b respecto al atributo j .
- $\emptyset a Q_j b$ significa que a es preferida débil a b respecto al atributo j .
- $\emptyset a I_j b$ significa que a es indiferente a b respecto al atributo j .
- $\emptyset a R_j b$ significa que a es incomparable a b respecto al atributo j .

Fase I. Establecimiento de la relación outranking

Para poder pasar satisfactoriamente esta fase dentro de las filosofías ELECTRE es necesario el cumplimiento de dos test:

- v Test de concordancia.
- v Test de veto.

En el test de concordancia se busca una regla de mayoría que flexibilice la unanimidad estableciéndose dentro de este test el cumplimiento de dos pruebas:

- v Mayoría simple
- v Consenso

Para llevar a cabo el test de concordancia se definen cuatro conjuntos, los cuales se exponen a continuación:

Sea J el conjunto de todos los criterios a valorar j_1, j_2, \dots, j_n , es decir,

$$J = \{j_i\} \quad i=$$

$$= \{j \in J : a P_j b\}$$

$$= \{ j \in J : a_j \geq b_j \}$$

$$= \{ j \in J : b_j \geq a_j \}$$

donde:

: Conjunto de criterios donde la alternativa a es preferida a la b.

: Conjunto de criterios donde la alternativa a es indiferente a la b.

: Conjunto de criterios donde la alternativa b es preferida a la a.

Se calculan los índices I_1 (consenso) e I_2 (mayoría simple) , como:

El test de concordancia se pasa satisfactoriamente si:

$$I_1 \geq c \quad \text{e} \quad I_2 \geq 1$$

donde :

c: índice de concordancia, puede considerarse como 3/4 o 2/3 (Ostanello, 1984), en este caso se considerara 2/3 para reducir incomparabilidades lo que significa que la alternativa a supera a la b débilmente.

Veamos a través de un ejemplo como se realiza dentro de la fase I el test de concordancia:

Alternativas	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3	Criterio 4	Criterio 5
A	E	MB	E	R	B
B	MB	B	R	MB	B
C	MB	B	E	R	B
D	B	E	MB	R	B
Pesos	10	8	10	9	5

Note: El criterio 5 tiene la misma evaluación para todas las alternativas por lo que se puede eliminar pues no brinda información relevante para la toma de decisiones.

Para realizar la selección de la mejor alternativa debemos comparar todas las alternativas contra todas, pasaremos a continuación a explicar como realizaremos el test de concordancia de la fase I.

Comparando A con B

Definición de los conjuntos

$$J = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$= \{ 1, 2, 3 \}$$

$$= \{ 4 \}$$

$$= \phi$$

$$\geq c$$

$$= (10 + 8 + 10) + 9 / 37 \geq 2/3 \text{ o } 3/4$$

$$= 1 \Rightarrow A \text{ s } B$$

$$\geq 1 \Rightarrow A \text{ s } B$$

Comparando A con C

Definición de los conjuntos

$$J = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$= \{ 1, 2 \}$$

$$= \{ 3, 4 \}$$

$$= \phi$$

$$\geq c$$

$$= (10 + 8) + (10 + 9) / 37 \geq 2/3 \text{ o } 3/4$$

$$= 1 \Rightarrow A \text{ s } C$$

$$\geq 1 \Rightarrow A \text{ s } C$$

Comparando A con D

Definición de los conjuntos

$$J = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$= \{ 1, 3 \}$$

$$= \{ 4 \}$$

$$= \{ 2 \}$$

$$\geq c$$

$$= (10 + 10) + 9 / 37 \geq 2/3 \text{ o } 3/4$$

$$= 1 \Rightarrow A \text{ s } B$$

$$\geq 1 \Rightarrow A \text{ s } B$$

Test de veto. En este test se trata de negar la afirmación anterior

Se produce veto a la afirmación a S b, sí:

$$J \neq \emptyset \quad \text{y}$$

donde:

$\{j >\}$

W_{med} : peso promedio de los criterios.

Solo se pasara al test de veto si en el test de concordancia la alternativa a supera a la alternativa b (a S b).

Fase 2. Explotación de la relación outranking.

Para resolver esta fase se utilizan los conceptos de fuerza y debilidad.

Sea F (a): la fuerza de la alternativa a, el número de $a' \in A$ tales que a S a'.

$F(a) = \text{card} \{ a' \in A / a S a' \}$

Sea D (a): la debilidad de la alternativa a, el número de $a \in A$ tales que a' S a.

$D(a) = \text{card} \{ a' \in A / a' S a \}$

Sea I (a): el índice de calidad de la alternativa a, la diferencia entre su fuerza y su debilidad.

$I(a) = F(a) - D(a)$

Por lo que, para cada alternativa $a \in A$, calcular, F(a), D(a) y I (a).

El ordenamiento de las alternativas se realiza utilizando, el índice de calidad de las alternativas y la relación de superioridad de las mismas, como se muestra a continuación.

Si:	$a S b$	y	$b nS a$	y	$I(a) > I(b) \Rightarrow a P b$
					$I(a) = I(b) \Rightarrow a P b$
					$I(a) < I(b) \Rightarrow *$
	$a S b$	y	$b S a$	y	$I(a) > I(b) \Rightarrow a P b$
					$I(a) = I(b) \Rightarrow a I b$
					$I(a) < I(b) \Rightarrow b P a$
	$a nS b$	y	$b nS a$	y	$I(a) > I(b) \Rightarrow a P b$
					$I(a) < I(b) \Rightarrow b P a$
					$I(a) = I(b) \Rightarrow *$

Las condiciones marcadas con * significan que no existe la información suficiente para poder ordenar las alternativas que las cumplen, lo que significa que son incomparables, debiendo buscar un método que permita eliminar o minimizar estas incomparabilidades.

Método Lexicográfico

Este es un método para resolver problemas en que se conocen las preferencias ordinales de atributos dados (Tabucanon, 1988), (Romero, 1997). Este método se recomienda siempre que se tenga información referente a la importancia de cada uno de los atributos que conforman el conjunto de criterios a considerar, no siendo necesario que se exprese a través de un peso o ponderación, sino que se sea capaz de realizar un ordenamiento de los atributos de acuerdo a la importancia.

El algoritmo trabaja de la siguiente forma:

1. Identificar el subíndice no solo del vector de atributos sino también la prioridad del atributo, esto es corresponde al atributo más importante, el segundo en importancia y así sucesivamente hasta que será el peor de los atributos.

2. Seleccionar como la mejor alternativa tal que:

$= \{ A_i : \text{máx. } X_{i1} \} , i = 1,2,... m$

Si cardinal de = 1 entonces esta es la alternativa preferida

Si cardinal de > 1 entonces existen alternativas maximales múltiples por lo que debe seguirse el procedimiento hasta que ocurra:

$\exists / \text{card} = 1 \Rightarrow$ que la alternativa será la preferida.

Todos los m atributos han sido considerados, en cuyo caso, si el conjunto tiene más de un elemento se considera que serán equivalentes las alternativas.

4. Bibliografía

Barba Romero S, Pomerol J.C (1997): Decisiones multicriteio Fundamentos teóricos y utilización práctica, Universidad de Alcalá, España.

Charmes & Cooper, 1961, Management Models and Industrial of luinear programming, Jhon Wiley and Sons.

Díez de Castro J.A et al (1997): Ayuda a la decisión: Un nuevo instrumento de gestión. Monografía de la Universidad de Santiago de Compostela, España

card(cardinal) se dice de los números enteros que sirven para contar las cosas Diccionario PAL - LAS.

Koopmans T. C., 1951, Activity Análisis of Production and Allocation, Cowles Commission Monograph, n° 13, Jhon Wiley, New York .

Roger M, Bruen, M (1998): A new system for weighting environmental criteria for use within Electre III. European Journal of Operational Research.

Romero C.(1993): Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones. Alianza Editorial S. A. Madrid.

Romero, C.(1997): Análisis de las decisiones multicriterio. Madrid.

Roy B, Vander Pooten D (1995): The european school of MCDA: A historical review. Proceeding of the XIV Euro Working Group Conference OR Toward intelligent decision support, Jerusalem.

Roy B. (1984): The outranking approach and the foundation of Electre methods. en Reading in Multiple Criteria Decision Aid. Editores Bana e Costa.

Roy B. (1990): The outranking approach and the Foundations of Electre methods. Berlin.

11. Roy, B. (1996) : Multicriteria methodology for Decision Aiding, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht- Boston-London

Saaty T (1996a): Marketing applications of the analytical hierarchy process. Revista Management Science.

Saaty T (1997): Toma de decisiones para líderes. El proceso analítico jerárquico. La toma de decisiones en un mundo complejo. RWS Publications USA.

Tabucanon M.(1988): Multiple Criteria Decision Making in Industry, Studies in Production and Engineering Economics, Elsevier, Amsterdam - Oxford - New York, Tokyo.

Resumen

El mundo competitivo a que nos abocamos requiere, para el éxito, de directivos capaces de tomar decisiones consistentes y eficientes, aprovechando óptimamente las posibilidades y los recursos existentes.

Las técnicas de análisis de la decisión juegan un papel creciente en la actividad práctica de la dirección económica, las razones que impulsan su desarrollo son numerosas: la necesidad de la optimización de los recursos, de tomar decisiones coherentes en condiciones de conflicto e incertidumbre, la necesidad de modelar y asimilar la experiencia de expertos , facilitar decisiones en grupos, la aplicación de la computación entre otras.

En el mundo moderno se forman hombres de negocios con conocimientos significativos en el campo de la ayuda a la decisión. El empresario actual puede además buscar el apoyo a la toma de decisiones con la ayuda de estas técnicas, de ahí la importancia del conocimiento de las mismas en el entorno económico actual.

Palabras claves: decisión, multicriterio, ordenamiento, relación outranking,
Trabajo enviado por:
Rosario Garza Ríos